

제 2 교시

수리 영역

나 형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $2^{2 \log_3 9}$ 의 값은? [2점]

- ① 8      ② 16      ③ 24      ④ 32      ⑤ 40

2. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A(2A^{-1} + 3E)$ 의 모든 성분의 합은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [2점]

- ① 22      ② 24      ③ 25      ④ 27      ⑤ 28

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 2^n}{5^{n+1} + 3^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{3}{8}$       ⑤ 1

4. 두 사건  $A, B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cap B^c) = \frac{1}{5}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{9}{20}$       ②  $\frac{11}{20}$       ③  $\frac{13}{20}$       ④  $\frac{17}{20}$       ⑤  $\frac{19}{20}$

5. 다음은 어느 고등학교 학생 1000명을 대상으로 혈액형을 조사한 표이다.

남학생 (단위: 명)

	A형	B형	AB형	O형
Rh <sup>+</sup> 형	203	150	71	159
Rh <sup>-</sup> 형	7	6	1	3

여학생 (단위: 명)

	A형	B형	AB형	O형
Rh <sup>+</sup> 형	150	80	40	115
Rh <sup>-</sup> 형	6	4	0	5

이 1000명의 학생 중에서 임의로 선택한 한 학생의 혈액형이 B형일 때, 이 학생이 Rh<sup>+</sup>형의 남학생일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{3}{8}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{5}{8}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

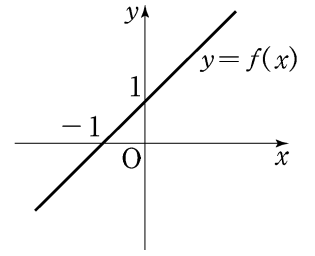
6. 확률변수  $X$ 의 확률분포표는 다음과 같다.

$X$	1	2	3	4	5	계
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$p$	$\frac{1}{10}$	$p$	$p$	1

확률변수  $5X+3$ 의 평균  $E(5X+3)$ 은? [3점]

- ① 17    ② 18    ③ 19    ④ 20    ⑤ 21

7. 오른쪽 그림은 일차함수  $y=f(x)$ 의 그래프이다. 함수  $y=2^{2-f(x)}$ 의 그래프의 개형으로 알맞은 것은? [3점]



- ①    ②    ③    ④    ⑤

8. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수  $a$ 에 대하여 직선

$y=ax$ 와 곡선  $y=x^2-2x+4$ 가 서로 다른 두 점에서 만나는 사건을  $A$ 라 하자. 한 개의 주사위를 300회 던지는 독립시행에서 사건  $A$ 가 일어나는 횟수를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $X$ 의 평균  $E(X)$ 는? [4점]

- ① 100    ② 150    ③ 180    ④ 200    ⑤ 240

9.  $k$ 가 자연수일 때  $\log k$ 의 지표  $n$ 과 가수  $a$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $P_k$ 를  $P_k(a, n)$ 이라 하자. 점  $P_k$ 를 곡선  $y=(\sqrt{10})^x$  위에 있도록 하는 모든  $k$  값의 합은? [4점]

- ① 1210                      ② 3210                      ③ 5410
- ④ 7510                      ⑤ 9410

10. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $y=2^{x+n}$ 의 그래프가 함수  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프와 만나는 점을  $P_n$ 이라 하자. 점  $P_n$ 의  $x$  좌표를  $a_n$ ,  $y$  좌표를  $b_n$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

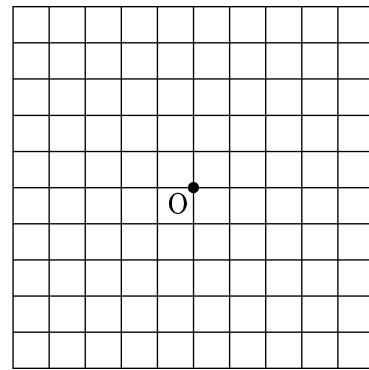
ㄱ. 수열  $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.

ㄴ. 임의의 자연수  $m, n$ 에 대하여  $b_m b_n = b_{m+n}$ 이다.

ㄷ.  $2b_n < b_{n+1}$ 을 만족하는 자연수  $n$ 이 존재한다.

- ① ㄱ                          ② ㄴ                          ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 로봇이 한 번 움직일 때마다 길을 따라 거리 1만큼씩 이동한다. 로봇은 길을 따라 어느 방향으로도 움직일 수 있지만, 한 번 통과한 지점을 다시 지나지는 않는다. 이 로봇이 지점 O에서 출발하여 4번 움직일 때, 가능한 모든 경로의 수는? (단, 출발점과 도착점은 일치하지 않는다.) [4점]



- ① 88                      ② 96                      ③ 100                      ④ 104                      ⑤ 112

12. 집합  $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a \neq b, a \neq c, a+d = b+c, a, b, c, d \text{는 실수} \right\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

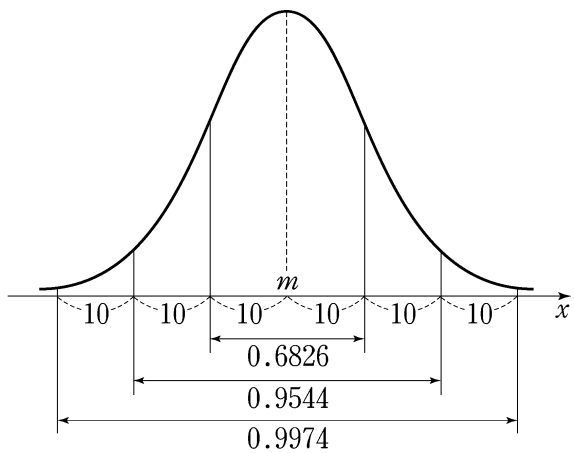
ㄱ.  $A \in S$ 이면  $2A \in S$ 이다.

ㄴ. 행렬  $X = \begin{pmatrix} 1 & p \\ q & r \end{pmatrix}$ 의 성분 1,  $p, q, r$ 가 이 순서로 공차가 양수인 등차수열을 이루면  $X \in S$ 이다.

ㄷ.  $A \in S$ 이면  $A$ 는 역행렬을 가진다.

- ① ㄱ                          ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 어떤 모집단의 분포가 정규분포  $N(m, 10^2)$ 을 따르고, 이 정규분포의 확률밀도함수  $f(x)$ 의 그래프와 구간별 확률은 아래와 같다.



확률밀도함수  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = f(100 - x)$$

를 만족한다. 이 모집단에서 크기 25인 표본을 임의추출할 때의 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자.  $P(44 \leq \bar{X} \leq 48)$ 의 값은? [4점]

- ① 0.1359                      ② 0.1574                      ③ 0.1965
- ④ 0.2350                      ⑤ 0.2718

14. 어느 제과점에서는 다음과 같은 방법으로 빵의 가격을 실질적으로 인상한다.

빵의 개당 가격은 그대로 유지하고, 무게를 그 당시 무게에서 10% 줄인다.

이 방법을  $n$ 번 시행하면 빵의 단위 무게당 가격이 처음의 1.5배 이상이 된다.  $n$ 의 최솟값은? (단,  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

15. 두 함수  $f(x) = 2^{x-2} + 1$ ,  $g(x) = \log_2(x-1) + 2$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ.  $f^{-1}(5) \cdot \{g(5) + 1\} = 20$ 이다.

ㄴ.  $y = f(x)$ 의 그래프와  $y = g(x)$ 의 그래프는 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

ㄷ.  $y = f(x)$ 의 그래프와  $y = g(x)$ 의 그래프는 만나지 않는다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 다음은 이차정사각행렬  $A$ 와 서로 다른 두 실수  $p, q$ 에 대하여  $A - pE$ 와  $A - qE$ 가 모두 역행렬을 갖지 않으면

$$A^2 - (p+q)A + pqE = O$$

임을 증명한 것이다. (단,  $E$ 는 단위행렬이고,  $O$ 는 영행렬이다.)

<증명>

$B = A - \frac{p+q}{2}E$ ,  $k = \boxed{\text{(가)}}$ 라 하면

$B - kE = A - pE$ 이고  $B + kE = A - qE$ 이므로  $B - kE$ 와  $B + kE$ 는 모두 역행렬을 갖지 않는다.

따라서  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하면,

$k \neq 0$ 이므로  $a + d = \boxed{\text{(나)}}$ 이고  $ad - bc = -k^2$ 이다.

그런데  $B^{-1} = \frac{1}{k^2} \boxed{\text{(다)}}$ 이므로

$A^2 - (p+q)A + pqE = (A - pE)(A - qE) = O$ 가 성립한다.

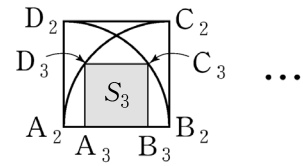
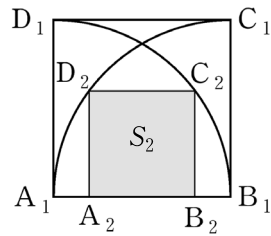
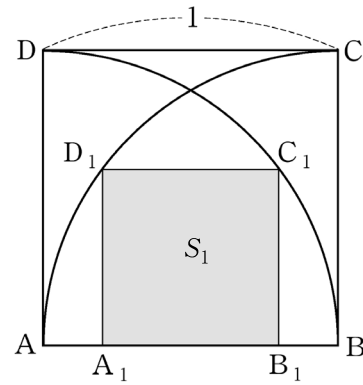
위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | (가)               | (나) | (다)  |
|-------------------|-----|------|
| ① $\frac{p-q}{2}$ | 0   | $-B$ |
| ② $\frac{p+q}{2}$ | 0   | $-B$ |
| ③ $\frac{p-q}{2}$ | 0   | $B$  |
| ④ $\frac{p+q}{2}$ | 1   | $-B$ |
| ⑤ $\frac{p-q}{2}$ | 1   | $B$  |

17. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 정사각형 ABCD 안에 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 변 AB를 반지름으로 하는 2개의 사분원을 그린다. 이 두 사분원의 공통부분에 내접하는 정사각형을  $A_1B_1C_1D_1$ 이라 하자.

정사각형  $A_1B_1C_1D_1$  안에 두 점  $A_1, B_1$ 을 각각 중심으로 하고 변  $A_1B_1$ 을 반지름으로 하는 2개의 사분원을 그린다. 이 두 사분원의 공통부분에 내접하는 정사각형을  $A_2B_2C_2D_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 정사각형

$A_nB_nC_nD_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{3}{8}$     ②  $\frac{9}{16}$     ③  $\frac{4}{5}$     ④  $\frac{9}{8}$     ⑤  $\frac{23}{16}$

단답형

18. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n=2^n-1$ 일 때,  $a_9$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 지진의 규모  $R$ 와 지진이 일어났을 때 방출되는 에너지  $E$  사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$R = 0.67 \log(0.37E) + 1.46$$

지진의 규모가 6.15일 때 방출되는 에너지를  $E_1$ ,  
지진의 규모가 5.48일 때 방출되는 에너지를  $E_2$ 라 할 때,

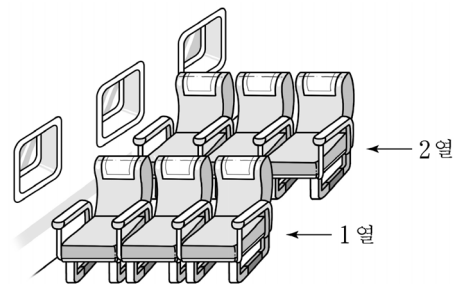
$\frac{E_1}{E_2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 실수  $a, b$ 가  $3^{a+b}=4, 2^{a-b}=5$ 를 만족할 때,  
 $3^{a^2-b^2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 다항식  $(1-x)^4(2-x)^3$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수를 구하시오. [3점]

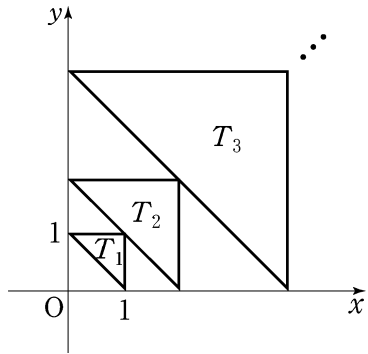
22. 수열  $\{a_n\}$ 의 제  $n$ 항  $a_n$ 을 자연수  $k$ 의 양의 제곱근  $\sqrt{k}$ 를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여  $n$ 이 되는  $k$ 의 개수라 하자.  $\sum_{i=1}^{10} a_i$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 할아버지, 할머니, 아버지, 어머니, 아들, 딸로 구성된 가족이 있다. 이 가족 6명이 그림과 같은 6개의 좌석에 모두 앉을 때, 할아버지, 할머니가 같은 열에 이웃하여 앉고, 아버지, 어머니도 같은 열에 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]



24. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 세 점  $A_n(x_n, 0)$ ,  $B_n(0, x_n)$ ,  $C_n(x_n, x_n)$ 을 꼭짓점으로 하는 직각이등변삼각형  $T_n$ 을 다음 조건에 따라 그린다.

- (가)  $x_1=1$ 이다.
- (나) 변  $A_{n+1}B_{n+1}$ 의 중점이  $C_n$ 이다. ( $n=1, 2, 3, \dots$ )



삼각형  $T_n$ 의 넓이를  $a_n$ , 삼각형  $T_n$ 의 세 변 위에 있는 점 중에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $b_n$ 이라 할

때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n b_n}{a_n + 2^n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 연립방정식

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 6 \\ 2^{x-2} - 3^{y-1} = -1 \end{cases}$$

의 해를  $x=\alpha$ ,  $y=\beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

5지선다형

26. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 주머니에 들어있다. 이 주머니에서 철수, 영희, 은지 순서로 공을 임의로 한 개씩 꺼내기로 하였다. 철수가 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 6일 때, 남은 두 사람이 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 하나는 6보다 크고 다른 하나는 6보다 작을 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{2}{9}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{4}{9}$     ⑤  $\frac{5}{9}$

27. 이차정사각행렬  $A$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ 이면  $A^2 = A$ 이다.

ㄴ. 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$ 이면  $A^3 = A$ 이다.

ㄷ. 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$ 이면  $A = A^{-1}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_n = 3 + (-1)^n$ 일 때, 좌표평면 위의 점  $P_n$ 을

$$P_n \left( a_n \cos \frac{2n\pi}{3}, a_n \sin \frac{2n\pi}{3} \right)$$

라 하자. 점  $P_{2009}$ 와 같은 점은? [3점]

- ①  $P_1$                       ②  $P_2$                       ③  $P_3$   
 ④  $P_4$                       ⑤  $P_5$

29. 자연수  $n$ 에 대하여 이차함수  $f(x) = \sum_{k=1}^n \left(x - \frac{k}{n}\right)^2$ 의 최솟값을  $a_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{12}$     ②  $\frac{1}{6}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤ 1

단답형

30. 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{2}x \quad (0 \leq x \leq 2)$$

매회의 시행에서 사건  $A$ 가 일어날 확률이  $P(0 \leq X \leq 1)$ 로 일정할 때, 3회의 독립시행에서 사건  $A$ 가 2회 이상 일어날 확률을  $\frac{q}{p}$ 라 하자.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.